



Journée contrôle optimal et applications

Université d'Avignon

13 juin 2025

Programme¹

9h15 - 9h45 : Accueil des participants + pause café

9h45 - 10h25 : Assalé Adjé (Université de Perpignan) : *Problèmes de maximisation sur des systèmes dynamiques en temps discret: des homéomorphismes de suites géométriques aux fonctions de Lyapunov.*

10h25 - 11h05 : Nicolas Augier (CNRS - Université Aix-Marseille) : *A propos du saut de relaxation en mesure pour les problèmes de contrôle optimal avec contrainte d'état.*

11h05 - 11h45 : Olivier Cots (ENSEEIH Toulouse) : *Développements récents de l'environnement control-toolbox pour la résolution de problèmes de contrôle optimal.*

Pause déjeuner : 12h -14h : restaurant Maison de la Tour (à confirmer).

14h - 14h40 : Gildas Dadjio (INRAE Montpellier - MISTEA) : *Viabilité et contrôle optimal d'un modèle de fertirrigation.*

14h40 - 15h20 : Samuel Hornus (INRIA - équipe McTao) : *Structure of the "Powered Descent Landing" with state and control constraints.*

15h20 - 16h : Pauline Mazel (Univ. Côte d'Azur, INRIA Macbes) : *Stratégies optimales de traitement du cancer dans un modèle de population cellulaire avec compétition entre cellules saines et cancéreuses.*

16h - 16h40 : Nicolas Torres (Univ. Côte d'Azur, LJAD) : *An optimal control problem for anti-inflammatory treatments of Alzheimer's disease.*

Comité scientifique d'organisation :

- TERENCE Bayen (Université d'Avignon)
- Nicolas Boizot (Université de Toulon)
- Jean-Baptiste Caillau (Université Côte d'Azur)
- Jean-Baptiste Pomet (INRIA Sophia Nice)
- Alain Rapaport (INRAE Montpellier)

Organisation administrative :

- Audrey Lourmande (Université d'Avignon, LMA)

Lieu :

- Campus Hannah Arendt (Avignon - Centre ville) : salle 2E07 (à confirmer)

¹Chaque exposé est de 35 minutes avec 5 minutes de question.

Résumés des contributions

Assalé Adjé (Université de Perpignan) : *Problèmes de maximisation sur des systèmes dynamiques en temps discret: des homéomorphismes de suites géométriques aux fonctions de Lyapunov.*

Dans cette présentation, nous étudierons un problème de maximisation particulier où la contrainte sur la variable de décision est d'être un état atteignable d'un système dynamique en temps discret. Ce problème d'optimisation est appelé problème de calcul de pics et apparaît notamment en vérification formelle. La valeur optimale de ce problème de calcul de pics est, en réalité, la borne supérieure d'une suite infinie de problèmes d'optimisation. Sous des hypothèses peu restrictives, on peut montrer que la borne supérieure est atteinte par un des problèmes. Pour résoudre le problème de calcul de pics en temps fini, il faut tronquer la suite de problèmes d'optimisation et garantir que la valeur optimale du problème de pics est la valeur optimale d'un problème de la troncature. La question abstraite sous-jacente consiste à se demander comment tronquer des suites pour calculer le terme qui maximise cette suite. Une réponse à cette question est donnée par l'utilisation de suites homéomorphes à des suites géométriques convergentes. Ces suites homéomorphes majorent la suite analysée et doivent satisfaire des conditions supplémentaires pour garantir la propriété de bonne troncature. On peut montrer que de tels homéomorphismes de suites existent dans un cadre très général. Pour le cas des systèmes dynamiques en temps discret, nous montrerons comment ces homéomorphismes sont liés à la théorie des fonctions de Lyapunov; une classe de fonctions utilisées classiquement pour prouver la stabilité des systèmes dynamiques.

Nicolas Augier (CNRS - Université Aix-Marseille) : *A propos du saut de relaxation en mesure pour les problèmes de contrôle optimal avec contrainte d'état.*

Dans cet exposé, je présenterai certains résultats récents obtenus en collaboration avec Rodolfo Rios-Zertuche et Milan Korda concernant les sauts de relaxation en mesure pour les problèmes ayant une contrainte d'état, dont la compréhension est cruciale pour l'application de méthodes numériques de résolution, comme les méthodes de moments - sommes de carrés. Après avoir donné des conditions suffisantes pour l'absence de sauts de relaxation, nous nous concentrerons sur un exemple de système exhibant un phénomène de gap, pour lequel la dynamique est donnée par une distribution sous-Riemannienne. Nous mettrons en relation ce phénomène avec celui, bien étudié, de rigidité des courbes horizontales en géométrie sous-Riemannienne.

Olivier Cots (ENSEEIH Toulouse) : *Développements récents de l'environnement control-toolbox pour la résolution de problèmes de contrôle optimal.*

Le package OptimalControl.jl constitue le coeur de l'écosystème control-toolbox, qui regroupe un ensemble de packages Julia dédiés au contrôle optimal et à ses applications. Cet écosystème vise principalement à fournir des outils pour la modélisation et la résolution de problèmes de contrôle optimal régis par des équations différentielles ordinaires, en s'appuyant sur des méthodes directes et indirectes. Dans cette présentation, nous exposerons les développements récents, en particulier les outils conçus pour le calcul sur GPU, ainsi que les premiers résultats obtenus dans ce cadre.

Gildas Dadjé (INRAE Montpellier - MISTEA) : *Viabilité et contrôle optimal d'un modèle de fertirrigation.*

Dans cette présentation, il s'agit de la minimisation de la consommation totale d'eau pour un modèle de fertirrigation des cultures qui garantit une production maximale de biomasse. Bien que des extensions du PMP aux problèmes non lisses, avec contraintes d'état, existent, l'une des principales difficultés de cette méthode pour notre problème de contrôle optimal réside dans le fait que les conditions nécessaires d'optimalité sont délicates à exploiter, car elles font intervenir des multiplicateurs sous forme de mesures, qu'il est souvent difficile de déterminer explicitement. Cette complexité est accentuée par le caractère non autonome de la dynamique, qui empêche le Hamiltonien de rester constant le long des trajectoires optimales. Dans le but d'obtenir explicitement les expressions des stratégies optimales, nous avons exploité la structure particulière du modèle, notamment sa structure en cascade et les propriétés des contraintes d'état. Nous avons tiré parti

du fait que la dynamique est affine par morceaux, et que les non-differentiabilités apparaissent uniquement sur les bords de l'ensemble des contraintes de viabilité. Nous nous sommes appuyés sur des outils d'analyse, ainsi que sur une extension récente du principe du bang-bang pour les systèmes affines par morceaux, afin de démontrer l'optimalité de diverses stratégies, qu'elles soient intuitives ou non. La surprise est qu'il y a la possibilité d'avoir une infinité de trajectoires singulières optimales.

Samuel Hornus (INRIA - équipe MacTao) : *Structure of the "Powered Descent Landing" with state and control constraints.*

The "Powered Descent Landing" problem is used for studying the last phase of landing with rocket propulsion. The goal is to land a lander at the origin, with zero velocity, while minimizing fuel usage. Acting forces are gravity and thrust. The lander is controlled by varying the thrust norm and direction, both of which are constrained. Further, the position is restricted to a vertical cone with apex at the origin (this models terrain variations and hills/boulders which we do not want to crash into). The aim of this work-in-progress is to gather the knowledge necessary to obtain an indirect solution. The main difficulty resides in the interaction between the state and control constraints.

Pauline Mazel (Univ. Côte d'Azur, INRIA MACBES) : *Stratégies optimales de traitement du cancer dans un modèle de population cellulaire avec compétition entre cellules saines et cancéreuses.*

Parmi les nombreuses maladies affectant les organismes vivants, le cancer se distingue par sa sévérité et sa complexité. La progression de la maladie, marquée par la croissance incontrôlée et la propagation des cellules cancéreuses, justifie le recours à des approches mathématiques et computationnelles pour mieux en comprendre la dynamique et explorer des stratégies de traitement efficaces. Dans cette présentation, nous analysons un modèle d'équations différentielles ordinaires décrivant les interactions dynamiques entre les populations de cellules saines et cancéreuses, dans le contexte de la leucémie myéloïde aiguë. Nous formulons un problème de contrôle optimal (OCP) visant à déterminer les stratégies thérapeutiques les plus efficaces pour réduire la population de cellules cancéreuses tout en préservant les cellules saines. Une analyse théorique de ce problème est conduite à l'aide du principe du maximum de Pontryagin, fournissant les conditions nécessaires à l'optimalité. Nous étudions également une version statique de l'OCP afin de mieux comprendre la structure des stratégies optimales. Enfin, des simulations numériques basées sur des méthodes d'optimisation directe permettent d'illustrer les résultats théoriques et révèlent l'émergence d'un phénomène de turnpike, où la stratégie thérapeutique optimale converge vers un régime quasi-stationnaire au cours du temps.

Nicolas Torres (Univ. Côte d'Azur, LJAD) : *An optimal control problem for anti-inflammatory treatments of Alzheimer's disease.*

We present and analyze an optimal control problem to model anti-inflammatory treatment strategies for Alzheimer's disease, using a system of differential equations that captures interactions between A β -peptides, microglial cells, interleukins, and neurons. These interactions operate through mechanisms such as protein polymerization, inflammation processes, and neural stress responses. In particular, inflammation is highlighted as a key factor in the onset and progression of Alzheimer's disease, driven by a hysteresis effect related to the degradation rate d of monomers and the initial concentration of interleukins. This implies a critical inflammation threshold that determines whether the disease persists over the long term. The optimal control problem we propose seeks to minimize the concentration of toxic oligomers by modulating interleukin production and degradation rates, representing potential anti-inflammatory treatment effects. Under natural constraints on treatment dose efficacy and cumulative exposure, our goal is to assess whether it is possible to shift the system from a persistent disease state to a disease-free equilibrium. We provide a characterization of the optimal solution and supplement our theoretical findings with numerical simulations, which illustrate the system's behavior under different parameter settings and the imposed constraints of the optimal control problem.